

Further Theorems of Propositional Calculus

Michael Meyling

<module@qedeq.org>

This document is part of the project “Hilbert II”. To get more information about this project look at:
<http://www.qedeq.org>.

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. See also under <http://www.gnu.org/copyleft/>

Abstract

This module includes proofs of propositional calculus theorems. The following theorems and proofs are adapted from D. Hilbert and W. Ackermann’s ‘Grundzuege der theoretischen Logik’ (Berlin 1928, Springer)

Specification

This document has the following specification:

Name:	prophilbert3
Version:	1.00.00
Rule version:	1.00.00
Origin:	http://www.qedeq.org/0_00_53/prophilbert3_1.00.00_1.00.00.qedeq

Author of this module:

Michael Meyling

mime@qedeq.org

References

This document uses the results of the following documents:

Name:	prophilbert2
Version:	1.00.00
Rule version:	1.00.00
Origin:	prophilbert2_1.00.00_1.00.00.qedeq
pdf:	prophilbert2_1.00.00_1.00.00.pdf

Content

First distributive law (first direction):

Theorem 0.1 (hilb36).

$$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$$

Proof.

1	$(P \wedge Q) \rightarrow P$	add sentence hilb24
2	$(P \wedge A) \rightarrow P$	replace Q by A in 1
3	$(B \wedge A) \rightarrow B$	replace P by B in 2
4	$(Q \wedge A) \rightarrow Q$	replace B by Q in 3
5	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \vee P) \rightarrow (A \vee Q))$	add axiom axiom4
6	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee Q))$	replace A by B in 5
7	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee C))$	replace Q by C in 6
8	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee D) \rightarrow (B \vee C))$	replace P by D in 7
9	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee C))$	replace B by P in 8
10	$(D \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee Q))$	replace C by Q in 9
11	$((Q \wedge A) \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee Q))$	replace D by $Q \wedge A$ in 10
12	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee Q)$	MP with 4, 11
13	$(P \wedge Q) \rightarrow Q$	add sentence hilb25
14	$(P \wedge A) \rightarrow A$	replace Q by A in 13
15	$(B \wedge A) \rightarrow A$	replace P by B in 14
16	$(Q \wedge A) \rightarrow A$	replace B by Q in 15
17	$(D \rightarrow A) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee A))$	replace C by A in 9
18	$((Q \wedge A) \rightarrow A) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee A))$	replace D by $Q \wedge A$ in 17
19	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee A)$	MP with 16, 18
20	$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$	add sentence hilb28
21	$P \rightarrow (A \rightarrow (P \wedge A))$	replace Q by A in 20
22	$B \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge A))$	replace P by B in 21
23	$B \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (B \wedge (P \vee A)))$	replace A by $P \vee A$ in 22
24	$(P \vee Q) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace B by $P \vee Q$ in 23
25	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \rightarrow P) \rightarrow (A \rightarrow Q))$	add sentence hilb1
26	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow Q))$	replace A by B in 25
27	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace Q by C in 26
28	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace P by D in 27
29	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow C))$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 28
30	$(D \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $(P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 29
31	$((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $P \vee Q$ in 30
32	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	MP with 24, 31
33	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 12, 32
34	$(P \rightarrow (Q \rightarrow A)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow A))$	add sentence hilb16
35	$(P \rightarrow (Q \rightarrow B)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow B))$	replace A by B in 34
36	$(P \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow (C \rightarrow (P \rightarrow B))$	replace Q by C in 35
37	$(D \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow B))$	replace P by D in 36
38	$(D \rightarrow (C \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow$ $((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace B by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 37
39	$(D \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow (D \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $P \vee A$ in 38

40	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$	replace D by $P \vee (Q \wedge A)$ in 39
	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	
41	$(P \vee A) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 33, 40
42	$(D \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$	replace C by $(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$
	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 29
	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	
43	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$	replace D by $P \vee A$ in 42
	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$	
	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	
44	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$	MP with 41, 43
	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	
45	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge$	MP with 19, 44
	$(P \vee A))$	
46	$(P \rightarrow (P \rightarrow Q)) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	add sentence hilb33
47	$(P \rightarrow (P \rightarrow A)) \rightarrow (P \rightarrow A)$	replace Q by A in 46
48	$(B \rightarrow (B \rightarrow A)) \rightarrow (B \rightarrow A)$	replace P by B in 47
49	$(B \rightarrow (B \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow (B \rightarrow$	replace A by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$
	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	in 48
50	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 49
	$A)))) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	
51	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 45, 50

□

First distributive law (second direction):

Theorem 0.2 (hilb37).

$$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$$

Proof.

1	$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$	add sentence hilb28
2	$P \rightarrow (A \rightarrow (P \wedge A))$	replace Q by A in 1
3	$B \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge A))$	replace P by B in 2
4	$Q \rightarrow (A \rightarrow (Q \wedge A))$	replace B by Q in 3
5	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \vee P) \rightarrow (A \vee Q))$	add axiom axiom4
6	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee Q))$	replace A by B in 5
7	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee C))$	replace Q by C in 6
8	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee D) \rightarrow (B \vee C))$	replace P by D in 7
9	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee C))$	replace B by P in 8
10	$(D \rightarrow (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $Q \wedge A$ in 9
11	$(A \rightarrow (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace D by A in 10
12	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \rightarrow P) \rightarrow (A \rightarrow Q))$	add sentence hilb1
13	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow Q))$	replace A by B in 12
14	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace Q by C in 13
15	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace P by D in 14
16	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((Q \rightarrow D) \rightarrow (Q \rightarrow C))$	replace B by Q in 15
17	$(D \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((Q \rightarrow$	replace C by $(P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge$
	$D) \rightarrow (Q \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	$A))$ in 16
18	$((A \rightarrow (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$	replace D by $A \rightarrow (Q \wedge A)$ in 17
	$((Q \rightarrow (A \rightarrow (Q \wedge A))) \rightarrow (Q \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow$	
	$(P \vee (Q \wedge A))))$	

19	$(Q \rightarrow (A \rightarrow (Q \wedge A))) \rightarrow (Q \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	MP with 11, 18
20	$Q \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	MP with 4, 19
21	$(P \rightarrow (Q \rightarrow A)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow A))$	add sentence hilb16
22	$(P \rightarrow (Q \rightarrow B)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow B))$	replace A by B in 21
23	$(P \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow (C \rightarrow (P \rightarrow B))$	replace Q by C in 22
24	$(D \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow B))$	replace P by D in 23
25	$(D \rightarrow (C \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (C \rightarrow (D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 24
26	$(D \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $P \vee A$ in 25
27	$(Q \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	replace D by Q in 26
28	$(P \vee A) \rightarrow (Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	MP with 20, 27
29	$(D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $P \vee (Q \wedge A)$ in 9
30	$(Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace D by Q in 29
31	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow C))$	replace B by $P \vee A$ in 15
32	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))))$	replace C by $(P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))$ in 31
33	$((Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow (Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))))$	replace D by $Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$ in 32
34	$((P \vee A) \rightarrow (Q \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	MP with 30, 33
35	$(P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	MP with 28, 34
36	$(P \vee (Q \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee A)$	add sentence hilb14
37	$(P \vee (Q \vee B)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee B)$	replace A by B in 36
38	$(P \vee (C \vee B)) \rightarrow ((P \vee C) \vee B)$	replace Q by C in 37
39	$(D \vee (C \vee B)) \rightarrow ((D \vee C) \vee B)$	replace P by D in 38
40	$(D \vee (C \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((D \vee C) \vee (Q \wedge A))$	replace B by $Q \wedge A$ in 39
41	$(D \vee (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((D \vee P) \vee (Q \wedge A))$	replace C by P in 40
42	$(P \vee (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$	replace D by P in 41
43	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$	add sentence defimpl1
44	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	add sentence defimpl2
45	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee C))$	replace B by $\neg(P \vee Q)$ in 8
46	$(D \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $(P \vee P) \vee (Q \wedge A)$ in 45
47	$((P \vee (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace D by $P \vee (P \vee (Q \wedge A))$ in 46
48	$(\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	MP with 42, 47
49	$(P \rightarrow B) \rightarrow (\neg P \vee B)$	replace Q by B in 43
50	$(C \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \vee B)$	replace P by C in 49
51	$(C \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg C \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace B by $P \vee (P \vee (Q \wedge A))$ in 50
52	$((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $P \vee Q$ in 51

53	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))$ in 15
54	$(D \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 53
55	$((\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))$ in 54
56	$((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	MP with 48, 55
57	$((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	MP with 52, 56
58	$(\neg P \vee B) \rightarrow (P \rightarrow B)$	replace Q by B in 44
59	$(\neg C \vee B) \rightarrow (C \rightarrow B)$	replace P by C in 58
60	$(\neg C \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (C \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	replace B by $(P \vee P) \vee (Q \wedge A)$ in 59
61	$(\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee Q$ in 60
62	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $(P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 53
63	$((\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 62
64	$((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	MP with 61, 63
65	$((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	MP with 57, 64
66	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee C))$	replace B by $\neg(P \vee A)$ in 8
67	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $(P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 66
68	$((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace D by $(P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))$ in 67
69	$(\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	MP with 65, 68
70	$(C \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg C \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace B by $(P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))$ in 50
71	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $P \vee A$ in 70

72	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow C))$	replace B by $(P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$ in 15
73	$(D \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))))$	replace C by $\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$ in 72
74	$((\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A))))$ in 73
75	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))))$	MP with 69, 74
76	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	MP with 71, 75
77	$(\neg C \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (C \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace B by $(P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 59
78	$(\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $P \vee A$ in 77
79	$(D \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))))$	replace C by $(P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$ in 72
80	$((\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$ in 79
81	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow (((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))))$	MP with 78, 80
82	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (P \vee (Q \wedge A)))))) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))))$	MP with 76, 81
83	$(P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	MP with 35, 82
84	$(P \vee P) \rightarrow P$	add sentence hilb11
85	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee D) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee C))$	replace B by $Q \wedge A$ in 8
86	$(D \rightarrow P) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee D) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee P))$	replace C by P in 85
87	$((P \vee P) \rightarrow P) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee P))$	replace D by $P \vee P$ in 86
88	$((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee P)$	MP with 84, 87
89	$(P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$	add axiom axiom3
90	$(P \vee B) \rightarrow (B \vee P)$	replace Q by B in 89
91	$(C \vee B) \rightarrow (B \vee C)$	replace P by C in 90
92	$(C \vee P) \rightarrow (P \vee C)$	replace B by P in 91

93	$((Q \wedge A) \vee P) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	replace C by $Q \wedge A$ in 92
94	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow C)$	replace B by $(Q \wedge A) \vee (P \vee P)$ in 15
95	$(D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow$ $D) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee (Q \wedge A)$ in 94
96	$((Q \wedge A) \vee P) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee (P \vee$ $P)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee P)) \rightarrow (((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow$ $(P \vee (Q \wedge A)))$	replace D by $(Q \wedge A) \vee P$ in 95
97	$((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee P) \rightarrow$ $((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	MP with 93, 96
98	$((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	MP with 88, 97
99	$(C \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee C)$	replace B by $Q \wedge A$ in 91
100	$((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee (P \vee P))$	replace C by $P \vee P$ in 99
101	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee P) \vee (Q \wedge A)$ in 15
102	$(D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$ $D) \rightarrow (((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee (Q \wedge A)$ in 101
103	$((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	replace D by $(Q \wedge A) \vee (P \vee P)$ in 102
104	$((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((Q \wedge A) \vee (P \vee P)) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	MP with 98, 103
105	$((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	MP with 100, 104
106	$(D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg(P \vee Q)) \vee D) \rightarrow$ $(\neg(P \vee Q)) \vee (P \vee (Q \wedge A))$	replace C by $P \vee (Q \wedge A)$ in 45
107	$((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((\neg(P \vee Q)) \vee$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q)) \vee (P \vee (Q \wedge A))$	replace D by $(P \vee P) \vee (Q \wedge A)$ in 106
108	$(\neg(P \vee Q)) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (\neg(P \vee Q)) \vee$ $(P \vee (Q \wedge A))$	MP with 105, 107
109	$(C \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg C \vee ((P \vee P) \vee$ $(Q \wedge A)))$	replace B by $(P \vee P) \vee (Q \wedge A)$ in 50
110	$((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee Q$ in 109
111	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 15
112	$(D \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (Q \wedge A))$ in 111
113	$((\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee$ $(Q \wedge A))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))$ in 112
114	$((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow$ $((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (Q \wedge A))))$	MP with 108, 113
115	$((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee$ $(P \vee (Q \wedge A)))$	MP with 110, 114
116	$(\neg C \vee (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (C \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 59
117	$(\neg(P \vee Q) \vee (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow$ $(P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee Q$ in 116

135	$((\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow$ $(P \vee (Q \wedge A))$ in 134
136	$((((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee A) \vee ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))))$	MP with 133, 135
137	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee P) \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	MP with 131, 136
138	$(P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	MP with 83, 137
139	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow$ $(D \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	replace C by $P \vee Q$ in 25
140	$((P \vee A) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))))$	replace D by $P \vee A$ in 139
141	$(P \vee Q) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	MP with 138, 140
142	$(P \rightarrow (Q \rightarrow A)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow A)$	add sentence hilb29
143	$(P \rightarrow (Q \rightarrow B)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow B)$	replace A by B in 142
144	$(P \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow ((P \wedge C) \rightarrow B)$	replace Q by C in 143
145	$(D \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow ((D \wedge C) \rightarrow B)$	replace P by D in 144
146	$(D \rightarrow (C \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((D \wedge C) \rightarrow$ $(P \vee (Q \wedge A)))$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 145
147	$(D \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow ((D \wedge (P \vee$ $A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee A$ in 146
148	$((P \vee Q) \rightarrow ((P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((P \vee Q) \wedge (P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace D by $P \vee Q$ in 147
149	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	MP with 141, 148

□

A form for the abbreviation rule form for disjunction (first direction):

Theorem 0.3 (hilb38).

$$(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

Proof.

1	$P \rightarrow \neg\neg P$	add sentence hilb5
2	$A \rightarrow \neg\neg A$	replace P by A in 1
3	$(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)$	replace A by $P \vee Q$ in 2
4	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$	add sentence defimpl1
5	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	add sentence defimpl2
6	$(P \rightarrow A) \rightarrow (\neg P \vee A)$	replace Q by A in 4
7	$(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg B \vee A)$	replace P by B in 6
8	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \rightarrow P) \rightarrow (A \rightarrow Q))$	add sentence hilb1
9	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow Q))$	replace A by B in 8
10	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace Q by C in 9
11	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace P by D in 10
12	$(\neg P \vee A) \rightarrow (P \rightarrow A)$	replace Q by A in 5
13	$(\neg B \vee A) \rightarrow (B \rightarrow A)$	replace P by B in 12
14	$Q \rightarrow \neg\neg Q$	replace P by Q in 1

15	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \vee P) \rightarrow (A \vee Q))$	add axiom axiom4
16	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee Q))$	replace A by B in 15
17	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee C))$	replace Q by C in 16
18	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee D) \rightarrow (B \vee C))$	replace P by D in 17
19	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((Q \vee D) \rightarrow (Q \vee C))$	replace B by Q in 18
20	$(D \rightarrow \neg\neg P) \rightarrow ((Q \vee D) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P))$	replace C by $\neg\neg P$ in 19
21	$(P \rightarrow \neg\neg P) \rightarrow ((Q \vee P) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P))$	replace D by P in 20
22	$(Q \vee P) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P)$	MP with 1, 21
23	$(P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$	add axiom axiom3
24	$(P \vee A) \rightarrow (A \vee P)$	replace Q by A in 23
25	$(B \vee A) \rightarrow (A \vee B)$	replace P by B in 24
26	$(B \vee \neg\neg P) \rightarrow (\neg\neg P \vee B)$	replace A by $\neg\neg P$ in 25
27	$(Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)$	replace B by Q in 26
28	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((Q \vee P) \rightarrow D) \rightarrow ((Q \vee P) \rightarrow C))$	replace B by $Q \vee P$ in 11
29	$(D \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (((Q \vee P) \rightarrow D) \rightarrow ((Q \vee P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)))$	replace C by $\neg\neg P \vee Q$ in 28
30	$((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (((Q \vee P) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P)) \rightarrow ((Q \vee P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)))$	replace D by $Q \vee \neg\neg P$ in 29
31	$((Q \vee P) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P)) \rightarrow ((Q \vee P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q))$	MP with 27, 30
32	$(Q \vee P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)$	MP with 22, 31
33	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow C))$	replace B by $P \vee Q$ in 11
34	$(D \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow D) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)))$	replace C by $\neg\neg P \vee Q$ in 33
35	$((Q \vee P) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)))$	replace D by $Q \vee P$ in 34
36	$((P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q))$	MP with 32, 35
37	$(P \vee Q) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)$	MP with 23, 36
38	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$	add sentence hilb7
39	$(P \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg P)$	replace Q by A in 38
40	$(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	replace P by B in 39
41	$(B \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg\neg P \vee Q$ in 40
42	$((P \vee Q) \rightarrow (\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 41
43	$\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(P \vee Q)$	MP with 37, 42
44	$(B \rightarrow \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg(P \vee Q)$ in 40
45	$(\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg\neg P \vee Q))$	replace B by $\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 44
46	$\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$	MP with 43, 45
47	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee C))$	replace B by $\neg(P \vee Q)$ in 18
48	$(D \rightarrow \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)))$	replace C by $\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 47
49	$(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)))$	replace D by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 48
50	$(\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee Q))$	MP with 46, 49
51	$(B \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg B \vee \neg\neg(P \vee Q))$	replace A by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 7
52	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 51
53	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)$ in 11
54	$(D \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 53

55	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)$ in 54
56	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)))$	MP with 50, 55
57	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))$	MP with 52, 56
58	$(\neg B \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (B \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q))$	replace A by $\neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 13
59	$(\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 58
60	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)))$	replace C by $(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 53
61	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 60
62	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)))$	MP with 59, 61
63	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q))$	MP with 57, 62
64	$(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)$	MP with 3, 63
65	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee C))$	replace B by $\neg P$ in 18
66	$(D \rightarrow \neg Q) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee \neg Q))$	replace C by $\neg Q$ in 65
67	$(Q \rightarrow \neg Q) \rightarrow ((\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee \neg Q))$	replace D by Q in 66
68	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee \neg Q)$	MP with 14, 67
69	$(B \rightarrow (\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg P \vee \neg Q$ in 40
70	$((\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q))$	replace B by $\neg P \vee Q$ in 69
71	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)$	MP with 68, 70
72	$(B \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg(\neg P \vee Q)$ in 40
73	$(\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q))$	replace B by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 72
74	$\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$	MP with 71, 73
75	$(D \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace C by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 47
76	$(\neg\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace D by $\neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 75
77	$(\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))$	MP with 74, 76
78	$(B \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg B \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))$	replace A by $\neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 7
79	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 78
80	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 11
81	$(D \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 80

82	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 81
83	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	MP with 77, 82
84	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))$	MP with 79, 83
85	$(\neg B \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (B \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))$	replace A by $\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 13
86	$(\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 85
87	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace C by $(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 80
88	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace D by $\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 87
89	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)))$	MP with 86, 88
90	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q))$	MP with 84, 89
91	$(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(\neg P \vee \neg Q)$	MP with 64, 90
92	$(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$	reverse abbreviation and in 91 at occurrence 1

□

A form for the abbreviation rule form for disjunction (second direction):

Theorem 0.4 (hilb39).

$$\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$$

Proof.

1	$\neg\neg P \rightarrow P$	add sentence hilb6
2	$\neg\neg A \rightarrow A$	replace P by A in 1
3	$\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$	replace A by $P \vee Q$ in 2
4	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$	add sentence defimpl1
5	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	add sentence defimpl2
6	$(P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$	add axiom axiom3
7	$(P \vee A) \rightarrow (A \vee P)$	replace Q by A in 6
8	$(B \vee A) \rightarrow (A \vee B)$	replace P by B in 7
9	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \rightarrow P) \rightarrow (A \rightarrow Q))$	add sentence hilb1
10	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow Q))$	replace A by B in 9
11	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace Q by C in 10
12	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace P by D in 11
13	$(B \vee (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee B)$	replace A by $P \vee Q$ in 8
14	$(P \rightarrow A) \rightarrow (\neg P \vee A)$	replace Q by A in 4
15	$(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg B \vee A)$	replace P by B in 14

16	$(B \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg B \vee (P \vee Q))$	replace A by $P \vee Q$ in 15
17	$(\neg P \vee A) \rightarrow (P \rightarrow A)$	replace Q by A in 5
18	$(\neg B \vee A) \rightarrow (B \rightarrow A)$	replace P by B in 17
19	$(\neg B \vee (P \vee Q)) \rightarrow (B \rightarrow (P \vee Q))$	replace A by $P \vee Q$ in 18
20	$\neg\neg Q \rightarrow Q$	replace P by Q in 1
21	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \vee P) \rightarrow (A \vee Q))$	add axiom axiom4
22	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee Q))$	replace A by B in 21
23	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee C))$	replace Q by C in 22
24	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee D) \rightarrow (B \vee C))$	replace P by D in 23
25	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((Q \vee D) \rightarrow (Q \vee C))$	replace B by Q in 24
26	$(D \rightarrow P) \rightarrow ((Q \vee D) \rightarrow (Q \vee P))$	replace C by P in 25
27	$(\neg\neg P \rightarrow P) \rightarrow ((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (Q \vee P))$	replace D by $\neg\neg P$ in 26
28	$(Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (Q \vee P)$	MP with 1, 27
29	$(B \vee P) \rightarrow (P \vee B)$	replace A by P in 8
30	$(Q \vee P) \rightarrow (P \vee Q)$	replace B by Q in 29
31	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow D) \rightarrow ((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow C))$	replace B by $Q \vee \neg\neg P$ in 12
32	$(D \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow D) \rightarrow ((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (P \vee Q)))$	replace C by $P \vee Q$ in 31
33	$((Q \vee P) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (Q \vee P)) \rightarrow ((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (P \vee Q)))$	replace D by $Q \vee P$ in 32
34	$((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (Q \vee P)) \rightarrow ((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (P \vee Q))$	MP with 30, 33
35	$(Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (P \vee Q)$	MP with 28, 34
36	$(B \vee Q) \rightarrow (Q \vee B)$	replace A by Q in 8
37	$(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P)$	replace B by $\neg\neg P$ in 36
38	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg P \vee Q$ in 12
39	$(D \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)))$	replace C by $P \vee Q$ in 38
40	$((Q \vee \neg\neg P) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P)) \rightarrow ((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)))$	replace D by $Q \vee \neg\neg P$ in 39
41	$((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (Q \vee \neg\neg P)) \rightarrow ((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))$	MP with 35, 40
42	$(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$	MP with 37, 41
43	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$	add sentence hilb7
44	$(P \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg P)$	replace Q by A in 43
45	$(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	replace P by B in 44
46	$(B \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $P \vee Q$ in 45
47	$((\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg\neg P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg P \vee Q$ in 46
48	$\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg\neg P \vee Q)$	MP with 42, 47
49	$(B \rightarrow \neg(\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 45
50	$(\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q))$	replace B by $\neg(P \vee Q)$ in 49
51	$\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)$	MP with 48, 50
52	$(B \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 45
53	$(\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 52
54	$\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$	MP with 51, 53
55	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \vee D) \rightarrow ((P \vee Q) \vee C))$	replace B by $P \vee Q$ in 24
56	$(D \rightarrow \neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \vee D) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)))$	replace C by $\neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 55
57	$(\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)))$	replace D by $\neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 56

58	$((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q))$	MP with 54, 57
59	$(B \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee B)$	replace A by $\neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 8
60	$((P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 59
61	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow C$	replace B by $(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)$ in 12
62	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace C by $\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 61
63	$((P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow$ $((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow$ $((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace D by $(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 62
64	$((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow$ $((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 60, 63
65	$((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 58, 64
66	$(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 13
67	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow C$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 12
68	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace C by $\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 67
69	$((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \vee$ $(P \vee Q) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace D by $(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)$ in 68
70	$(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 65, 69
71	$(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 66, 70
72	$(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 16
73	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow C$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$ in 12
74	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace C by $\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 73
75	$(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \vee$ $(P \vee Q) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow$ $(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)))$	replace D by $\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 74
76	$(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 71, 75
77	$(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 72, 76
78	$(\neg\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(\neg P \vee Q)$ in 19
79	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))$	replace C by $\neg\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$ in 73

80	$((\neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg(\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg(\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))))))$	replace D by $\neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$ in 79
81	$((\neg(\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg(\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))))$	MP with 78, 80
82	$(\neg(\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)))$	MP with 77, 81
83	$\neg(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q))$	MP with 3, 82
84	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee C))$	replace B by $\neg P$ in 24
85	$(D \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee Q))$	replace C by Q in 84
86	$(\neg Q \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q))$	replace D by $\neg Q$ in 85
87	$(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$	MP with 20, 86
88	$(B \rightarrow (\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg P \vee Q$ in 45
89	$((\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q))$	replace B by $\neg P \vee \neg Q$ in 88
90	$\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$	MP with 87, 89
91	$(B \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 45
92	$(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q))$	replace B by $\neg(\neg P \vee Q)$ in 91
93	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)$	MP with 90, 92
94	$(B \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg(\neg P \vee Q)$ in 45
95	$(\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q))$	replace B by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 94
96	$\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$	MP with 93, 95
97	$(D \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \vee D) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace C by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 55
98	$(\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace D by $\neg(\neg P \vee Q)$ in 97
99	$((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q))$	MP with 96, 98
100	$(B \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee B)$	replace A by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 8
101	$((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 100
102	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 12
103	$(D \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q)))$	replace C by $\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q)$ in 102
104	$((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)))$	replace D by $(P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 103
105	$((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q)))$	MP with 101, 104
106	$((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 99, 105
107	$(\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg Q))$	replace B by $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ in 13

108	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 12
109	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))))$	replace C by $\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q)$ in 108
110	$((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))))$	replace D by $(P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q)$ in 109
111	$((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow ((P \vee Q) \vee \neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q))) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q)))$	MP with 106, 110
112	$(\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 107, 111
113	$(\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(\neg\neg P \vee Q)$ in 16
114	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$ in 12
115	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))))$	replace C by $\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q)$ in 114
116	$((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))))$	replace D by $\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q)$ in 115
117	$((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q)))$	MP with 112, 116
118	$(\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))$	MP with 113, 117
119	$(\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q)$ in 19
120	$(D \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q))))$	replace C by $\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$ in 114
121	$((\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q))) \rightarrow (((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q))))$	replace D by $\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$ in 120
122	$((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \vee (P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q)))$	MP with 119, 121
123	$(\neg\neg(\neg\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q))$	MP with 118, 122
124	$\neg\neg(\neg\neg P \vee \neg\neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$	MP with 83, 123
125	$\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$	reverse abbreviation and in 124 at occurrence 1

□

By duality we get the second distributive law (first direction):

Theorem 0.5 (hilb40).

$$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))$$

Proof.

1	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	add sentence hilb37
2	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$	add sentence hilb7
3	$(P \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg P)$	replace Q by A in 2
4	$(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	replace P by B in 3
5	$(B \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg B)$	replace A by $P \vee (Q \wedge A)$ in 4
6	$((((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace B by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 5
7	$\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 1, 6
8	$P \rightarrow \neg\neg P$	add sentence hilb5
9	$B \rightarrow \neg\neg B$	replace P by B in 8
10	$(Q \wedge A) \rightarrow \neg\neg(Q \wedge A)$	replace B by $Q \wedge A$ in 9
11	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \vee P) \rightarrow (A \vee Q))$	add axiom axiom4
12	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee Q))$	replace A by B in 11
13	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee C))$	replace Q by C in 12
14	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee D) \rightarrow (B \vee C))$	replace P by D in 13
15	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee C))$	replace B by P in 14
16	$(D \rightarrow \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	replace C by $\neg\neg(Q \wedge A)$ in 15
17	$((Q \wedge A) \rightarrow \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow$ $(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	replace D by $Q \wedge A$ in 16
18	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$	MP with 10, 17
19	$(P \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg P)$	replace Q by B in 2
20	$(C \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$	replace P by C in 19
21	$(C \rightarrow (P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $P \vee \neg\neg(Q \wedge A)$ in 20
22	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee$ $\neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee (Q \wedge A)$ in 21
23	$\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))$	MP with 18, 22
24	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$	add sentence defimpl1
25	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	add sentence defimpl2
26	$(C \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg(P \vee (Q \wedge A))$ in 20
27	$(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 26
28	$\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$	MP with 23, 27
29	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee D) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee C)))$	replace B by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 14
30	$(D \rightarrow \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow (((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee$ $D) \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace C by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 29
31	$(\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg\neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace D by $\neg\neg(P \vee (Q \wedge A))$ in 30
32	$(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg\neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	MP with 28, 31
33	$(P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$	add axiom axiom3
34	$(P \vee B) \rightarrow (B \vee P)$	replace Q by B in 33
35	$(C \vee B) \rightarrow (B \vee C)$	replace P by C in 34
36	$(C \vee \neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee C)$	replace B by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 35

57	$(\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg(P \vee (Q \wedge A))$ in 56
58	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow C))$	replace B by $\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 41
59	$(D \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 58
60	$((\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 59
61	$((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	MP with 53, 60
62	$(\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 57, 61
63	$(\neg P \vee B) \rightarrow (P \rightarrow B)$	replace Q by B in 25
64	$(\neg C \vee B) \rightarrow (C \rightarrow B)$	replace P by C in 63
65	$(\neg C \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (C \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace B by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 64
66	$(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 65
67	$(D \rightarrow (\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 58
68	$((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 67
69	$((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	MP with 66, 68
70	$(\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 62, 69
71	$\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 7, 70
72	$\neg\neg P \rightarrow P$	add sentence hilb6
73	$\neg\neg A \rightarrow A$	replace P by A in 72
74	$\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$	replace A by $P \vee Q$ in 73
75	$(P \wedge Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$	add sentence defand1
76	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (P \wedge Q)$	add sentence defand2
77	$(B \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $P \vee Q$ in 4
78	$(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 77
79	$\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg\neg(P \vee Q)$	MP with 74, 78

80	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee C))$	
81	$(D \rightarrow \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee D) \rightarrow$ $(\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)))$	replace B by $\neg(P \vee A)$ in 14 replace C by $\neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 80
82	$(\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee$ $Q)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)))$	replace D by $\neg(P \vee Q)$ in 81
83	$(\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q))$	MP with 79, 82
84	$(C \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee C)$	replace B by $\neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 35
85	$(\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	replace C by $\neg(P \vee A)$ in 84
86	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)$ in 41
87	$(D \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg(P \vee A) \vee$ $\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 86
88	$((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee$ $A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q))) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee$ $Q)$ in 87
89	$((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee$ $Q))) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A)))$	MP with 85, 88
90	$(\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 83, 89
91	$(C \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee C)$	replace B by $\neg(P \vee A)$ in 35
92	$(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q))$	replace C by $\neg(P \vee Q)$ in 91
93	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 41
94	$(D \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 93
95	$((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q))) \rightarrow ((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)$ in 94
96	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	MP with 90, 95
97	$(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 92, 96
98	$(C \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee$ $Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg C$	replace B by $\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 20
99	$((\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 98
100	$\neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 97, 99
101	$(P \wedge B) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg B)$	replace Q by B in 75
102	$(C \wedge B) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg B)$	replace P by C in 101
103	$(C \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg(P \vee A))$	replace B by $P \vee A$ in 102
104	$(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 103
105	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 41
106	$(D \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg\neg(P \vee Q) \wedge$ $(P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee$ $A))$ in 105

107	$(\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$ in 106
108	$((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	MP with 100, 107
109	$(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 104, 108
110	$\neg(\neg P \vee \neg B) \rightarrow (P \wedge B)$	replace Q by B in 76
111	$\neg(\neg C \vee \neg B) \rightarrow (C \wedge B)$	replace P by C in 110
112	$\neg(\neg C \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (C \wedge (P \vee A))$	replace B by $P \vee A$ in 111
113	$\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	replace C by $P \vee Q$ in 112
114	$(D \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 105
115	$(\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$ in 114
116	$((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 113, 115
117	$(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 109, 116
118	$(C \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 20
119	$((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 118
120	$\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 117, 119
121	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee D) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee C))$	replace B by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 14
122	$(D \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee D) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 121
123	$(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 122
124	$(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 120, 123
125	$(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 56
126	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow C))$	replace B by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 41
127	$(D \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace C by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 126
128	$((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 127

129	$((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	MP with 124, 128
130	$(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 125, 129
131	$(\neg C \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (C \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace B by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 64
132	$(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 131
133	$(D \rightarrow (\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $\neg((P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 126
134	$((\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	replace D by $\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 133
135	$((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \vee \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))))$	MP with 132, 134
136	$(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 130, 135
137	$\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 71, 136
138	$\neg\neg B \rightarrow B$	replace P by B in 72
139	$\neg\neg(P \vee A) \rightarrow (P \vee A)$	replace B by $P \vee A$ in 138
140	$(C \rightarrow (P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \rightarrow \neg C)$	replace B by $P \vee A$ in 20
141	$(\neg\neg(P \vee A) \rightarrow (P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \rightarrow \neg\neg(P \vee A))$	replace C by $\neg\neg(P \vee A)$ in 140
142	$\neg(P \vee A) \rightarrow \neg\neg\neg(P \vee A)$	MP with 139, 141
143	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee C))$	replace B by $\neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 14
144	$(D \rightarrow \neg\neg\neg(P \vee A)) \rightarrow ((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow$ $(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee A)))$	replace C by $\neg\neg\neg(P \vee A)$ in 143
145	$(\neg(P \vee A) \rightarrow \neg\neg\neg(P \vee A)) \rightarrow ((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee A)))$	replace D by $\neg(P \vee A)$ in 144
146	$(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg\neg(P \vee A))$	MP with 142, 145
147	$(C \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg\neg(P \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee A)$ in 20
148	$((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg\neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	replace C by $\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 147
149	$\neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg\neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A))$	MP with 146, 148
150	$(C \wedge \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg\neg\neg(P \vee A))$	replace B by $\neg\neg(P \vee A)$ in 102
151	$(\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg\neg(P \vee A))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 150
152	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A)$ in 41

172	$((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(P \vee \neg(Q \wedge A)) \vee$ $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 171
173	$((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))))$	MP with 167, 172
174	$(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))$	MP with 169, 173
175	$(\neg C \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))) \rightarrow (C \rightarrow$ $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)))$	replace B by $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee$ $A))$ in 64
176	$(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))$	replace C by $\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))$ in 175
177	$(D \rightarrow (\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge$ $\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge$ $(P \vee A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg(P \vee \neg(Q \wedge A)) \rightarrow$ $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))$ in 170
178	$((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(P \vee \neg(Q \wedge A)) \vee$ $\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))$ in 177
179	$((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \vee \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))) \rightarrow$ $((\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))))$	MP with 176, 178
180	$(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))$	MP with 174, 179
181	$\neg(P \vee \neg(Q \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A))$	MP with 137, 180
182	$\neg(P \vee \neg(Q \wedge B)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee B))$	replace A by B in 181
183	$\neg(P \vee \neg(C \wedge B)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee C) \wedge \neg(P \vee B))$	replace Q by C in 182
184	$\neg(D \vee \neg(C \wedge B)) \rightarrow \neg(\neg(D \vee C) \wedge \neg(D \vee B))$	replace P by D in 183
185	$\neg(D \vee \neg(C \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg(D \vee C) \wedge \neg(D \vee \neg A))$	replace B by $\neg A$ in 184
186	$\neg(D \vee \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg(D \vee \neg Q) \wedge \neg(D \vee \neg A))$	replace C by $\neg Q$ in 185
187	$\neg(\neg P \vee \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg(\neg P \vee$ $\neg A))$	replace D by $\neg P$ in 186
188	$(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg(\neg P \vee \neg A))$	reverse abbreviation and in 187 at oc- currence 1
189	$(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$	add sentence hilb38
190	$(P \vee B) \rightarrow \neg(\neg P \wedge \neg B)$	replace Q by B in 189
191	$(C \vee B) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg B)$	replace P by C in 190
192	$(C \vee A) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg A)$	replace B by A in 191
193	$(Q \vee A) \rightarrow \neg(\neg Q \wedge \neg A)$	replace C by Q in 192
194	$(C \rightarrow \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg(\neg Q \wedge \neg A) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 20
195	$((Q \vee A) \rightarrow \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg(\neg Q \wedge \neg A) \rightarrow$ $\neg(Q \vee A))$	replace C by $Q \vee A$ in 194
196	$\neg(\neg Q \wedge \neg A) \rightarrow \neg(Q \vee A)$	MP with 193, 195

197	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee C))$	replace B by $\neg P$ in 14
198	$(D \rightarrow \neg(Q \vee A)) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee \neg(Q \vee A)))$	replace C by $\neg(Q \vee A)$ in 197
199	$(\neg\neg(\neg Q \wedge \neg A) \rightarrow \neg(Q \vee A)) \rightarrow ((\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg P \vee \neg(Q \vee A)))$	replace D by $\neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 198
200	$(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg P \vee \neg(Q \vee A))$	MP with 196, 199
201	$(C \rightarrow (\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg P \vee \neg(Q \vee A)$ in 20
202	$((\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace C by $\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 201
203	$\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$	MP with 200, 202
204	$(C \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg(Q \vee A))$	replace B by $Q \vee A$ in 102
205	$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))$	replace C by P in 204
206	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow C))$	replace B by $P \wedge (Q \vee A)$ in 41
207	$(D \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace C by $\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 206
208	$(\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace D by $\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))$ in 207
209	$((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	MP with 203, 208
210	$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$	MP with 205, 209
211	$\neg(\neg C \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (C \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	replace B by $\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 111
212	$\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	replace C by P in 211
213	$(D \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace C by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 206
214	$(\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace D by $\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 213
215	$((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	MP with 212, 214
216	$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	MP with 210, 215
217	$(C \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 20
218	$((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(P \wedge (Q \vee A)))$	replace C by $P \wedge (Q \vee A)$ in 217
219	$\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(P \wedge (Q \vee A))$	MP with 216, 218
220	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee D) \rightarrow (\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee C)$	replace B by $\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)$ in 14
221	$(D \rightarrow \neg(P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow ((\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee D) \rightarrow (\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee \neg(P \wedge (Q \vee A)))$	replace C by $\neg(P \wedge (Q \vee A))$ in 220
222	$(\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow ((\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee \neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee \neg(P \wedge (Q \vee A)))$	replace D by $\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 221
223	$(\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee \neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee \neg(P \wedge (Q \vee A))$	MP with 219, 222
224	$(C \vee \neg(P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow (\neg(P \wedge (Q \vee A)) \vee C)$	replace B by $\neg(P \wedge (Q \vee A))$ in 35
225	$(\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)) \vee \neg(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(P \wedge (Q \vee A)) \vee \neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A))$	replace C by $\neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q)) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A)$ in 224

270	$((\neg(P \wedge (Q \vee A)) \vee (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A)))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A))) \rightarrow (\neg(P \wedge (Q \vee A)) \vee (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A)))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A))))$	replace D by $\neg(P \wedge (Q \vee A)) \vee (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A))$ in 269
271	$((((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A))) \rightarrow (\neg(P \wedge (Q \vee A)) \vee (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A)))) \rightarrow (((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A))))$	MP with 268, 270
272	$((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg\neg(\neg P \vee \neg A))) \rightarrow ((P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A)))$	MP with 266, 271
273	$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A))$	MP with 251, 272
274	$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow ((P \wedge Q) \vee \neg(\neg P \vee \neg A))$	reverse abbreviation and in 273 at occurrence 1
275	$(P \wedge (Q \vee A)) \rightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))$	reverse abbreviation and in 274 at occurrence 1

□

The second distributive law (second direction):

Theorem 0.6 (hilb41).

$$((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))$$

Proof.

1	$(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	add sentence hilb36
2	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$	add sentence hilb7
3	$(P \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg P)$	replace Q by A in 2
4	$(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	replace P by B in 3
5	$(B \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg B)$	replace A by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 4
6	$((P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A)))$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 5
7	$\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))$	MP with 1, 6
8	$\neg\neg P \rightarrow P$	add sentence hilb6
9	$\neg\neg B \rightarrow B$	replace P by B in 8
10	$\neg\neg(Q \wedge A) \rightarrow (Q \wedge A)$	replace B by $Q \wedge A$ in 9
11	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \vee P) \rightarrow (A \vee Q))$	add axiom axiom4
12	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee Q))$	replace A by B in 11
13	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee P) \rightarrow (B \vee C))$	replace Q by C in 12
14	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \vee D) \rightarrow (B \vee C))$	replace P by D in 13
15	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee C))$	replace B by P in 14
16	$(D \rightarrow (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee D) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $Q \wedge A$ in 15
17	$(\neg\neg(Q \wedge A) \rightarrow (Q \wedge A)) \rightarrow ((P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A)))$	replace D by $\neg\neg(Q \wedge A)$ in 16
18	$(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))$	MP with 10, 17
19	$(P \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg P)$	replace Q by B in 2
20	$(C \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$	replace P by C in 19
21	$(C \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $P \vee (Q \wedge A)$ in 20

22	$((P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	replace C by $P \vee \neg\neg(Q \wedge A)$ in 21
23	$\neg(P \vee (Q \wedge A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$	MP with 18, 22
24	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$	add sentence defimpl1
25	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	add sentence defimpl2
26	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee D) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee C))$	replace B by $\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 14
27	$(D \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee D) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace C by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 26
28	$(\neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace D by $\neg(P \vee (Q \wedge A))$ in 27
29	$(\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	MP with 23, 28
30	$(P \rightarrow B) \rightarrow (\neg P \vee B)$	replace Q by B in 24
31	$(C \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \vee B)$	replace P by C in 30
32	$(C \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg C \vee \neg(P \vee (Q \wedge A)))$	replace B by $\neg(P \vee (Q \wedge A))$ in 31
33	$(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A)))$	replace C by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 32
34	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((A \rightarrow P) \rightarrow (A \rightarrow Q))$	add sentence hilb1
35	$(P \rightarrow Q) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow Q))$	replace A by B in 34
36	$(P \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow P) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace Q by C in 35
37	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow C))$	replace P by D in 36
38	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow C))$	replace B by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 37
39	$(D \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))) \rightarrow (((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace C by $\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 38
40	$((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))) \rightarrow (((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace D by $\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A))$ in 39
41	$((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	MP with 29, 40
42	$(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	MP with 33, 41
43	$(\neg P \vee B) \rightarrow (P \rightarrow B)$	replace Q by B in 25
44	$(\neg C \vee B) \rightarrow (C \rightarrow B)$	replace P by C in 43
45	$(\neg C \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow (C \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	replace B by $\neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 44
46	$(\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	replace C by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 45
47	$(D \rightarrow (\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))) \rightarrow (((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace C by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 38

48	$((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	replace D by $\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$ in 47
49	$((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))))$	MP with 46, 48
50	$(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee (Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A)))$	MP with 42, 49
51	$\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg\neg(Q \wedge A))$	MP with 7, 50
52	$P \rightarrow \neg\neg P$	add sentence hilb5
53	$A \rightarrow \neg\neg A$	replace P by A in 52
54	$(P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)$	replace A by $P \vee Q$ in 53
55	$(P \wedge Q) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$	add sentence defand1
56	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (P \wedge Q)$	add sentence defand2
57	$(B \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg B)$	replace A by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 4
58	$((P \vee Q) \rightarrow \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(P \vee Q))$	replace B by $P \vee Q$ in 57
59	$\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(P \vee Q)$	MP with 54, 58
60	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee C))$	replace B by $\neg(P \vee A)$ in 14
61	$(D \rightarrow \neg(P \vee Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee D) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)))$	replace C by $\neg(P \vee Q)$ in 60
62	$(\neg\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg(P \vee Q)) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)))$	replace D by $\neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 61
63	$(\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q))$	MP with 59, 62
64	$(P \vee Q) \rightarrow (Q \vee P)$	add axiom axiom3
65	$(P \vee B) \rightarrow (B \vee P)$	replace Q by B in 64
66	$(C \vee B) \rightarrow (B \vee C)$	replace P by C in 65
67	$(C \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee C)$	replace B by $\neg(P \vee Q)$ in 66
68	$(\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	replace C by $\neg(P \vee A)$ in 67
69	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 37
70	$(D \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg(P \vee A) \vee$ $\neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 69
71	$((\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow$ $((((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee$ $\neg(P \vee Q))) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee \neg(P \vee Q)$ in 70
72	$((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee$ $\neg(P \vee Q))) \rightarrow ((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	MP with 68, 71
73	$(\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 63, 72
74	$(C \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee C)$	replace B by $\neg(P \vee A)$ in 66
75	$(\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg\neg\neg(P \vee Q))$	replace C by $\neg\neg\neg(P \vee Q)$ in 74
76	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 37
77	$(D \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 76

78	$((\neg(P \vee A) \vee \neg\neg(P \vee Q)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg\neg(P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(P \vee A) \vee \neg\neg(P \vee Q)$ in 77
79	$((\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee A) \vee \neg\neg(P \vee Q))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	MP with 73, 78
80	$(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 75, 79
81	$(C \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 20
82	$((\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 81
83	$\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 80, 82
84	$(P \wedge B) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg B)$	replace Q by B in 55
85	$(C \wedge B) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg B)$	replace P by C in 84
86	$(C \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg(P \vee A))$	replace B by $P \vee A$ in 85
87	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	replace C by $P \vee Q$ in 86
88	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow C)$	replace B by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 37
89	$(D \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	replace C by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$ in 88
90	$(\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	replace D by $\neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$ in 89
91	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	MP with 83, 90
92	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	MP with 87, 91
93	$\neg(\neg P \vee \neg B) \rightarrow (P \wedge B)$	replace Q by B in 56
94	$\neg(\neg C \vee \neg B) \rightarrow (C \wedge B)$	replace P by C in 93
95	$\neg(\neg C \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (C \wedge (P \vee A))$	replace B by $P \vee A$ in 94
96	$\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 95
97	$(D \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 88
98	$(\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace D by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$ in 97
99	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow (((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	MP with 96, 98
100	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 92, 99
101	$(C \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 20
102	$((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)))$	replace C by $(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 101
103	$\neg(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$	MP with 100, 102
104	$(C \rightarrow \neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))) \rightarrow (\neg\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A))$ in 20

135	$((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))))$	MP with 132, 134
136	$(\neg((P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))))$	MP with 131, 135
137	$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))$	MP with 51, 136
138	$B \rightarrow \neg\neg B$	replace P by B in 52
139	$(P \vee A) \rightarrow \neg\neg(P \vee A)$	replace B by $P \vee A$ in 138
140	$(C \rightarrow \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee A) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg\neg(P \vee A)$ in 20
141	$((P \vee A) \rightarrow \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee A) \rightarrow \neg(P \vee A))$	replace C by $P \vee A$ in 140
142	$\neg\neg(P \vee A) \rightarrow \neg(P \vee A)$	MP with 139, 141
143	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee C))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 14
144	$(D \rightarrow \neg(P \vee A)) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee D) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	replace C by $\neg(P \vee A)$ in 143
145	$(\neg\neg(P \vee A) \rightarrow \neg(P \vee A)) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)))$	replace D by $\neg\neg(P \vee A)$ in 144
146	$(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A))$	MP with 142, 145
147	$(C \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee$ $Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)$ in 20
148	$((\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg(P \vee A))) \rightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A)))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A)$ in 147
149	$\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg(P \vee A))$	MP with 146, 148
150	$(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 86
151	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow C))$	replace B by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)$ in 37
152	$(D \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee$ $Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg(P \vee A))$ in 151
153	$(\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee$ $A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee A))$ in 152
154	$((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee$ $A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee$ $Q) \vee \neg\neg(P \vee A)))$	MP with 149, 153
155	$(\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A))$	MP with 150, 154
156	$\neg(\neg C \vee \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (C \wedge \neg\neg(P \vee A))$	replace B by $\neg\neg(P \vee A)$ in 94
157	$\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge$ $\neg\neg(P \vee A))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q)$ in 156
158	$(D \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee$ $Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow D) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $(\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A))))$	replace C by $\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A)$ in 151
159	$(\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge$ $\neg\neg(P \vee A))) \rightarrow (((\neg\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow$ $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg\neg(P \vee A))) \rightarrow ((\neg\neg(P \vee Q) \wedge$ $(P \vee A)) \rightarrow (\neg\neg(P \vee Q) \wedge \neg\neg(P \vee A))))$	replace D by $\neg(\neg\neg(P \vee Q) \vee$ $\neg\neg(P \vee A))$ in 158

192	$((\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))))))$	replace D by $\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge$ $\neg(\neg(P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))$ in 191
193	$((\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \vee \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))))))$	MP with 190, 192
194	$(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A))))$	MP with 189, 193
195	$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee A)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge A)))$	MP with 137, 194
196	$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee B)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(Q \wedge B)))$	replace A by B in 195
197	$\neg(\neg(\neg(P \vee C) \wedge \neg(P \vee B)) \rightarrow \neg(P \vee \neg(C \wedge B)))$	replace Q by C in 196
198	$\neg(\neg(\neg(D \vee C) \wedge \neg(D \vee B)) \rightarrow \neg(D \vee \neg(C \wedge B)))$	replace P by D in 197
199	$\neg(\neg(\neg(D \vee C) \wedge \neg(D \vee \neg A)) \rightarrow \neg(D \vee \neg(C \wedge \neg A)))$	replace B by $\neg A$ in 198
200	$\neg(\neg(\neg(D \vee \neg Q) \wedge \neg(D \vee \neg A)) \rightarrow \neg(D \vee \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace C by $\neg Q$ in 199
201	$\neg(\neg(\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg(\neg P \vee \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace D by $\neg P$ in 200
202	$\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(\neg P \vee \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	reverse abbreviation and in 201 at oc- currence 1
203	$\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	reverse abbreviation and in 202 at oc- currence 1
204	$\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	reverse abbreviation and in 203 at oc- currence 1
205	$(P \vee Q) \rightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$	add sentence hilb38
206	$(P \vee B) \rightarrow \neg(\neg P \wedge \neg B)$	replace Q by B in 205
207	$(C \vee B) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg B)$	replace P by C in 206
208	$(C \vee (P \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg(P \wedge A))$	replace B by $P \wedge A$ in 207
209	$((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))$	replace C by $P \wedge Q$ in 208
210	$(C \rightarrow \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow (\neg(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))$ in 20
211	$((\neg(\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))))$	replace C by $(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)$ in 210
212	$\neg(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)))$	MP with 209, 211
213	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee D) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee C))$	replace B by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 14
214	$(D \rightarrow \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))) \rightarrow (((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee D) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))))$	replace C by $\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))$ in 213
215	$(\neg(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))))$	replace D by $\neg(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)))$ in 214
216	$((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)))$	MP with 212, 215
217	$(C \vee \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))) \rightarrow (\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee C)$	replace B by $\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))$ in 66
218	$((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace C by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 217
219	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((\neg(\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow D) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))) \rightarrow C))$	replace B by $(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \vee \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A))$ in 37

235	$((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace D by $\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 234
236	$((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	MP with 230, 235
237	$(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	MP with 232, 236
238	$(\neg C \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (C \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace B by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 44
239	$(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace C by $(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)$ in 238
240	$(D \rightarrow ((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $D) \rightarrow ((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace C by $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$ in 233
241	$((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	replace D by $\neg((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$ in 240
242	$((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))))$	MP with 239, 241
243	$(\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	MP with 237, 242
244	$((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$	MP with 204, 243
245	$\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$	add sentence hilb39
246	$\neg(\neg P \wedge \neg B) \rightarrow (P \vee B)$	replace Q by B in 245
247	$\neg(\neg C \wedge \neg B) \rightarrow (C \vee B)$	replace P by C in 246
248	$\neg(\neg C \wedge \neg A) \rightarrow (C \vee A)$	replace B by A in 247
249	$\neg(\neg Q \wedge \neg A) \rightarrow (Q \vee A)$	replace C by Q in 248
250	$(C \rightarrow (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(Q \vee A) \rightarrow \neg C)$	replace B by $Q \vee A$ in 20
251	$(\neg(\neg Q \wedge \neg A) \rightarrow (Q \vee A)) \rightarrow (\neg(Q \vee A) \rightarrow$ $\neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$	replace C by $\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 250
252	$\neg(Q \vee A) \rightarrow \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)$	MP with 249, 251
253	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee C))$	replace B by $\neg P$ in 14
254	$(D \rightarrow \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow ((\neg P \vee D) \rightarrow (\neg P \vee$ $\neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace C by $\neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 253
255	$(\neg(Q \vee A) \rightarrow \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow ((\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow$ $(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace D by $\neg(Q \vee A)$ in 254
256	$(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow (\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$	MP with 252, 255
257	$(C \rightarrow (\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$ $\rightarrow \neg C)$	replace B by $\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 20
258	$((\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow (\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)))$	replace C by $\neg P \vee \neg(Q \vee A)$ in 257

259	$\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))$	MP with 256, 258
260	$(C \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg C \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$	replace B by $\neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 85
261	$(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$	replace C by P in 260
262	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow D) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow C))$	replace B by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 37
263	$(D \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow (((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow$ $D) \rightarrow ((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))))$	replace C by $\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))$ in 262
264	$(\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)))$	replace D by $\neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 263
265	$((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)))$	MP with 259, 264
266	$(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))$	MP with 261, 265
267	$\neg(\neg C \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow (C \wedge (Q \vee A))$	replace B by $Q \vee A$ in 94
268	$\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))$	replace C by P in 267
269	$(D \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow (((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow$ $D) \rightarrow ((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))))$	replace C by $P \wedge (Q \vee A)$ in 262
270	$(\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow (((P \wedge \neg(\neg Q \wedge$ $\neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow ((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow$ $(P \wedge (Q \vee A))))$	replace D by $\neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))$ in 269
271	$((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg(Q \vee A))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A)))$	MP with 268, 270
272	$(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))$	MP with 266, 271
273	$(D \rightarrow C) \rightarrow ((\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee D) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee C))$	replace B by $\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A))$ in 14
274	$(D \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow ((\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee$ $D) \rightarrow (\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))))$	replace C by $P \wedge (Q \vee A)$ in 273
275	$((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow ((\neg((P \wedge$ $Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow (\neg((P \wedge$ $Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))))$	replace D by $P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)$ in 274
276	$(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A)))$	MP with 272, 275
277	$((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))$	replace C by $(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)$ in 231
278	$(D \rightarrow C) \rightarrow (((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge$ $\neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow D) \rightarrow (((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow$ $(P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow C))$	replace B by $((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 37
279	$(D \rightarrow (\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A)))) \rightarrow$ $(((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $D) \rightarrow (((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))))$	replace C by $\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))$ in 278
280	$((\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A)))) \rightarrow$ $(((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)))) \rightarrow$ $((P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))))$	replace D by $\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))$ in 279
281	$((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$ $((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A)) \rightarrow$ $(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A)))$	MP with 276, 280

282	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	MP with 277, 281
	$(\neg(((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))))$	
283	$(\neg C \vee (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow (C \rightarrow (P \wedge (Q \vee A)))$	replace B by $P \wedge (Q \vee A)$ in 44
284	$(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow$	replace C by $(P \wedge Q) \vee (P \wedge A)$
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A)))$	in 283
285	$(D \rightarrow (((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A)))) \rightarrow$	replace C by $((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow$
	$(((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	$(P \wedge (Q \vee A))$ in 278
	$D) \rightarrow (((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))))$	
286	$((\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A))) \rightarrow$	replace D by $\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge$
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A)))) \rightarrow$	$A) \vee (P \wedge (Q \vee A))$ in 285
	$(((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	
	$(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A)))) \rightarrow$	
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))))$	
287	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	MP with 284, 286
	$(\neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \vee (P \wedge (Q \vee A)))) \rightarrow$	
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))))$	
288	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge \neg(\neg Q \wedge \neg A))) \rightarrow$	MP with 282, 287
	$((((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))))$	
289	$((P \wedge Q) \vee (P \wedge A)) \rightarrow (P \wedge (Q \vee A))$	MP with 244, 288

□

1 Cross Reference

This module is used by the following modules:

Name:	predtheo2
Version:	1.00.00
Rule version:	1.02.00
Origin:	predtheo2_1.00.00_1.02.00.qedeq
pdf:	predtheo2_1.00.00_1.02.00.pdf